

Clasa a X-a - Etapa 4 - Problema 1

Enunț. Demonstrați că $\sqrt{5050} < \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{100}$.

Soluție. Funcția $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \sqrt{x}$ verifică relația $f(a+b) < f(a) + f(b)$, pentru orice $a, b > 0$. Prin inducție obținem $f(1+2+\dots+n) < f(1) + f(2) + \dots + f(n)$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. De aici concluzia se impune. \square