Problema 1 *Fie triunghiul* $\triangle ABC$ *înscris într-un cerc* $\mathcal{C}$, *iar punctele* A_1, B_1, C_1 *punctele diametral opuse vârfurilor triunghiului. Fie* G_1, G_2, G_3 *centrele de greutate ale* $\triangle A_1BC, \triangle AB_1C, \triangle ABC_1$. *Demonstrați că dreptele* AG_1, BG_2, CG_3 *sunt concurente.*

Soluţie: Un punct $M \in AG_1$ dacă există $x \in \mathbb{R}$ cu $\overrightarrow{OM} = (1-x)\overrightarrow{OA} + x\overrightarrow{OG_1} = (1-x)\overrightarrow{OA} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OC} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OA_1}$, de unde $\overrightarrow{OM} = \frac{3-4x}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OC}$. Căutăm o relaţie simetrică şi avem $\frac{3-4x}{3} = \frac{x}{3}$ de unde $x = \frac{3}{5}$ şi atunci obţinem $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OC}$. Punctul care verifică această relaţie vectorială este punctul de concurenţă al dreptelor din enunţ.■

Fig. 3.3.6