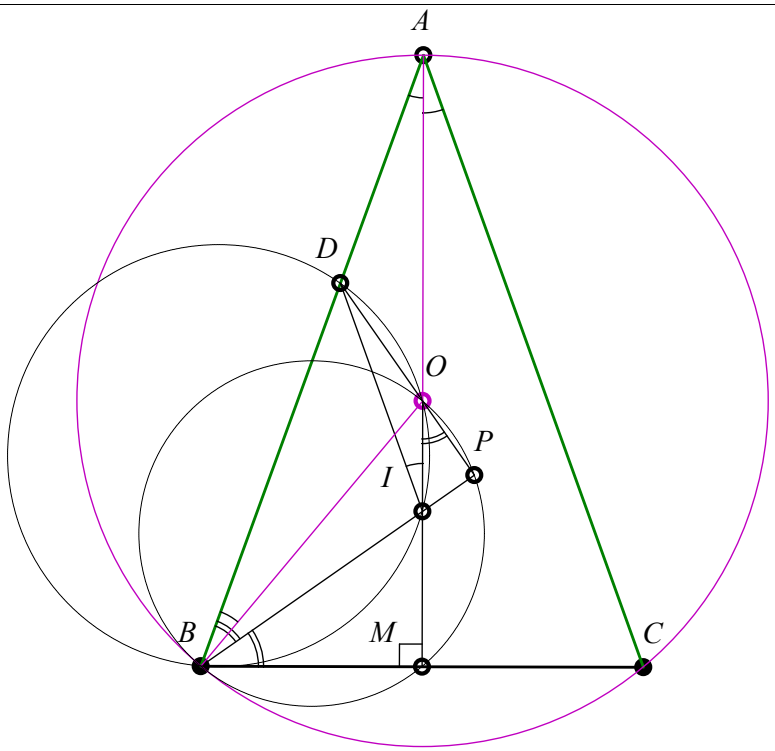
Problema 3. Fie I centrul cercului înscris şi O centrul cercului circumscris triunghiului isoscel ABC, având vârful în A. Notăm cu D punctul de intersecţie a laturii $[AB]$ cu paralela dusă prin punctul I la latura $[AC]$. Arătaţi că $BI \perp OD$.

Thanasis Gakopoulos (Ayme)



SOLUŢIE (*Mihai Miculiţa*): Notăm cu M – mijlocul laturii $[BC]$ şi cu $\{P\} = BI \cap OD$, întrucât: $[AB] \equiv [AC] \Rightarrow O, I \in [AM]$, avem:

$$\left.\begin{array}{r} ID \parallel AC \Rightarrow \widehat{DIO} \equiv \widehat{MAC} \\ \widehat{MAC} \equiv \widehat{MAB} \\ [OA] \equiv [OB] \Rightarrow \widehat{MAB} \equiv \widehat{DBO} \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{DIO} \equiv \widehat{DBO} \Rightarrow DBIO - inscriptibil \Rightarrow \widehat{POI} \equiv \widehat{IBD} \left.\begin{array}{r} \\ \\ \\ \widehat{IBD} \equiv \widehat{IBC} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \widehat{POI} \equiv \widehat{IBC} \Rightarrow OBMP - inscriptibil \Rightarrow m\left(\widehat{BPD}\right) = m\left(\widehat{BMO}\right) = 90^0 \Rightarrow \boxed{BI \perp OD}. \blacksquare$$

Demonstraţia de mai sus funcţionează în cazul $m(\sphericalangle BAC) < 60°$. Cazul $m(\sphericalangle BAC) = 60°$ este banal. Cazul $m(\sphericalangle BAC) > 60°$ este analog: punctele B, I, O, D rămân conciclice dar vin pe cerc în ordinea B, O, I, D.

Îi mulţumesc domnului profesor *Mihai Miculiţa* pentru a-mi fi trimis problema.