



Problema 1. Arătați că oricum am alege 10 numere naturale, găsim printre ele patru numere a căror sumă să se dividă cu 4. * * *

Rezolvare: Din cele 10 nr. naturale, cel puțin $\frac{10}{2} = 5$ au aceeași paritate. Avem de analizat 2 cazuri:

- Cazul I:** cele 5 nr. sunt pare. \Rightarrow Au una din formele $4k$ sau $4k+2$.
(0 și 2 sunt resturile pare la împărțirea cu 4.)
- * Dacă 4 dintre cele 5 nr dau aceeași rest $r \in \{0, 2\}$ la împărțirea cu 4; le alegem pe acelea $\Rightarrow S = M_4 + 4r : 4$.
 - * Dacă sunt maxim 3 cu aceeași rest \Rightarrow atunci alegem 2 nr din fiecare grup $\Rightarrow S = M_4 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 : 4$.
(dacă cu $r=2$; dacă cu $r=0$)
- II** Cele 5 nr. sunt impare \Rightarrow Au una din formele $4k+1$ sau $4k+3$.
(1 și 3 sunt resturile impare la împărțirea cu 4.)
- * Conform cazului anterior $\Rightarrow S = M_4 + 4 \cdot r : 4$, $r \in \{1, 3\}$
 - * Conform cazului anterior $\Rightarrow S = M_4 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 : 4$
(dacă cu $r=1$; dacă cu $r=3$).

Jehim Alexia
cls a VI-a
C.N.I.T.V.