Problema 2
Etapa a 3-a
Clasa a VII-a

Problema 2. Dacă a, b, c sunt numere naturale nenule şi $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$, arătaţi că $a\sqrt{bc}+b\sqrt{ca}+c\sqrt{ab} \leqslant abc$.

Ştefan Marica, Drobeta Turnu Severin

Gazeta Matematică nr. 5/2009

Soluţie. Folosind inegalitatea între media geometrică şi media aritmetică a două numere pozitive obţinem $a\sqrt{bc}=\sqrt{ab\cdot ac}\leqslant \frac{ab+ac}{2}$ şi cele două analoage. Sumând, rezultă că $a\sqrt{bc}+b\sqrt{ca}+c\sqrt{ab}\leqslant ab+bc+ac = abc\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=abc$.