



Problema 2. Fie x, y, z numere naturale astfel încât $3x = 5y = 7z$. Arătați că 25 divide $xy + yz + zx$.

Rezolvare

$$\text{Notăm } n = 3x = 5y = 7z$$

$$\begin{array}{l} \text{Cum } 3|n \\ \quad 5|n \\ \quad 7|n \\ (3,5,7)=1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 3|n \\ 5|n \\ 7|n \\ (3,5,7)=1 \end{array}} \right\} \Rightarrow n = 105k, k \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} 3x = 5y = 7z = 105k &\Rightarrow x = 35k \\ &y = 21k \\ &z = 15k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Așadar, } xy + yz + zx &= 35 \cdot 21 \cdot k^2 + 21 \cdot 15 \cdot k^2 + 35 \cdot 15 \cdot k^2 = \\ &= 735k^2 + 315k^2 + 525k^2 = \\ &= 1575k^2 = 25 \cdot 63k^2 : 25 \end{aligned}$$

q.e.d.

Gărlan Alexandru

Șc. SPECTRUM Constanța

cls. a VI-a B

Prof.: Gârnaru Mioara / Văcărescu Cristina