

Problema 2. Se consideră numărul $A = 6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{99}$.
Aflați restul împărțirii lui A la $6^{50} + 1$.

Mihai Bunget, Tg. Jiu

Soluție: Suma are 99 de termeni. Îi grupăm câte doi, lăsând pe 6^{50} separat, astfel

$$A = (6 + 6^{51}) + (6^2 + 6^{52}) + (6^3 + 6^{53}) + \dots + (6^{49} + 6^{99}) + 6^{50}.$$

De aici

$$A = 6 \cdot (1 + 6^{50}) + 6^2 \cdot (1 + 6^{50}) + 6^3 \cdot (1 + 6^{50}) + \dots + 6^{49} \cdot (1 + 6^{50}) + 6^{50}$$

sau

$$A = (1 + 6^{50})(6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{49}) + 6^{50}$$

Ultima relație ne arată că restul împărțirii lui A la $6^{50} + 1$ este 6^{50} .