

Problema 3. Arătați că numărul $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2018}$ nu este pătrat perfect.

* * *

Soluție Observăm că

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 = 40.$$

Suma are 2018 termeni și $2018 : 4 \rightarrow 504$, rest 2. Din acest motiv vom lăsa primii doi termeni separat, iar pentru restul termenilor vom scrie

$$A = 3 + 3^2 + 3^3(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^7(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{2015}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$$

adică

$$A = 12 + 3^3 \cdot 40 + 3^7 \cdot 40 + \dots + 3^{2015} \cdot 40$$

sau

$$A = 40 \cdot (3^3 + 3^7 + \dots + 3^{2015}) + 12.$$

Deducem de aici că ultima cifră a numărului A este 2, iar un pătrat perfect nu poate avea ultima cifră 2.