Câte perechi ordonate de mulţimi (A, B) au proprietăţile $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B \subseteq \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ şi $\text{card}\,(A \cap B) = 3$?

Concursul Purple Comet, 2011

Soluţie. Deoarece $A \cap B \subset \{2, 3, 4, 5, 6\}$, mulţimea $A \cap B$ poate fi aleasă în 10 moduri[1]; $A \cap B$ poate fi: $\{2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{2, 3, 6\}$, $\{2, 4, 5\}$, $\{2, 4, 6\}$, $\{2, 5, 6\}$, $\{3, 4, 5\}$, $\{3, 4, 6\}$, $\{3, 5, 6\}$ sau $\{4, 5, 6\}$.
Să stabilim acum soarta elementelor 1, 7 şi 8.
1 poate să aparţină lui A sau nu (2 variante), 7 şi 8 pot aparţine, sau nu, lui B (câte 2 variante).

În fine, pentru cele două elemente ale mulţimii $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ care nu sunt în $A \cap B$, sunt câte 3 variante: fiecare din cele două numere poate fie să aparţină numai lui A, fie să aparţină numai lui B, fie să nu aparţină niciuneia din mulţimile A şi B.
În concluzie, sunt $10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 720$ de variante.
(Alegerile făcute mai sus fiind independente, s-a putut folosi *regula produsului*.)

[1] pentru cine ştie combinări, putem alege 3 elemente din cele 5 ale mulţimii $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ în $C_5^3 = \dfrac{5!}{3!2!} = 10$ moduri.

Concursul Gazeta Matematică şi ViitoriOlimpici.ro
Ediţia a IV-a 2012-2013