

**Problema 2.** Se iau 7 numere naturale oarecare. Arătați că putem alege câteva dintre ele astfel încât suma lor să se dividă cu 7.

\* \* \*

**Soluție** Fie  $a, b, c, d, e, f, g$  cele 7 numere. Formăm sumele

$$S_1 = a$$

$$S_2 = a + b$$

$$S_3 = a + b + c$$

$$S_4 = a + b + c + d$$

$$S_5 = a + b + c + d + e$$

$$S_6 = a + b + c + d + e + f$$

$$S_7 = a + b + c + d + e + f + g$$

Dacă una dintre aceste sume se divide cu 7, atunci problema este rezolvată.

Dacă niciuna dintre aceste sume nu se divide cu 7, atunci prin împărțire la 7 sunt posibile resturile 1, 2, 3, 4, 5 sau 6.

Având 7 sume, conform principiului cutiei vor exista cel puțin două sume care să dea același rest prin împărțire la 7. Atunci diferența lor este un număr divizibil cu 7, iar diferența lor reprezintă suma câtorva dintre ele. (Să presupunem că  $S_2$  și  $S_5$  sunt două sume care dau același rest la împărțirea prin 7. Atunci  $S_5 - S_2$  se divide cu 7. Dar  $S_5 - S_2 = c + d + e$ , adică putem alege câteva dintre numere astfel încât suma lor să se dividă cu 7.)