

**Problema 2.** Determinați tripletele  $(x, y, z)$  de numere reale pentru care

$$\frac{4x^2}{1+4x^2} = y, \frac{4y^2}{1+4y^2} = z, \frac{4z^2}{1+4z^2} = x.$$

*Concurs Canada 1996*

Soluție:

- Observăm, pentru început, că dacă unul dintre numerele  $x, y, z$  este nul, atunci  $x = y = z = 0$ .
- dacă  $xyz \neq 0$ , considerând expresia  $E(t) = \frac{4t^2}{1+4t^2}, t \in \mathbb{R}$ , deducem imediat că  $E(t) \in [0, 1), \forall t \in \mathbb{R}$ , de unde  $x, y, z \in [0, 1)$ .

Pe de altă parte, avem  $\frac{E(x)}{x} = \frac{4x}{1+4x^2} \leq 1$ , cu egalitate pentru  $x = y = z = \frac{1}{2}$ ;

Se obține deci  $E(x) \leq x$ , adică  $y \leq x$  și, analog,  $z \leq y, x \leq z \Rightarrow x = y = z$ .

În final tripletele cerute sunt  $(0, 0, 0), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ .