

P2. Fie $G \subseteq S_n$, cu proprietatea că $(1, 2), (2, 3, \dots, n) \in G$ și $\alpha\beta \in G, (\forall)\alpha, \beta \in G$. Arătați că $G = S_n$.

S. Deoarece S_n este generat de transpozițiile $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, n)$, este suficient să arătăm că G conține toate aceste transpoziții. Notând $t = (1, 2)$ și $c = (2, 3, \dots, n)$, avem că

$$(1, k+2) = c^k \cdot t \cdot c^{-k} = c^k \cdot t \cdot c^{n-1-k} \in G, (\forall)k = \overline{1, n-2}.$$

Rezultă că $G = S_n$.