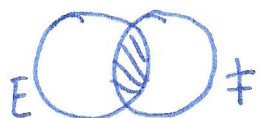


**Problema 3.** Fiecare din cei 2020 de elevi ai unei școli studiază engleza sau franceza, iar unii le studiază pe amândouă. Procentul elevilor care studiază engleză este cuprins între 80 și 85 la sută, iar procentul celor care studiază franceză este cuprins între 30 și 40 la sută. Care este numărul minim de elevi care ar putea studia ambele limbi? Dar numărul maxim?

Prelucrare a unei probleme de la AIME 2001

Rezolvare:

$E$  - mulțimea elevilor care studiază engleza  
 $F$  - mulțimea elevilor care studiază franceza



$$\text{Card}(E \cup F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cap F)$$

$$2020 = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cap F)$$

$$\text{Card}(E \cap F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - 2020$$

$$\text{Card}(E \cap F) \text{ minim} (\Rightarrow) \text{Card}(E) \text{ minim}$$

$$\text{Card}(F) \text{ minim}$$

$$\Rightarrow \text{Card}(E) = 80\% \cdot 2020 = \frac{80}{100} \cdot 2020 = \frac{161600}{100} = 1616$$

$$\Rightarrow \text{Card}(F) = 30\% \cdot 2020 = \frac{30}{100} \cdot 2020 = \frac{60600}{100} = 606$$

$$\text{Card}(E \cap F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - 2020 = 1616 + 606 - 2020 = 2222 - 2020 = 202$$

(elevi minim)

$$\text{Card}(E \cap F) \text{ maxim} (\Rightarrow) \text{Card}(E) \text{ maxim}$$

$$\text{Card}(F) \text{ maxim}$$

$$\Rightarrow \text{Card}(E) = 85\% \cdot 2020 = \frac{85}{100} \cdot 2020 = \frac{171700}{100} = 1717$$

$$\Rightarrow \text{Card}(F) = 40\% \cdot 2020 = \frac{40}{100} \cdot 2020 = \frac{80800}{100} = 808$$

$$\text{Card}(E \cap F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - 2020 = 1717 + 808 - 2020 = 2525 - 2020 = 505$$

(elevi maxim)

Bunget Andreea-Maria