

Clasa a X-a - Etapa 2

Problema 1. *Se consideră $a, b \in \mathbb{N}$, două numere naturale prime diferite. Demonstrați că $\log_a b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.*

Soluție. Presupunem, prin reducere la absurd contrariul. Atunci există $p, q \in \mathbb{N}^*$, prime între ele astfel încât $\log_a b = \frac{p}{q}$. Atunci $a^{\frac{p}{q}} = b$, adică $a^p = b^q$. Obținem că a îl divide pe b^q , ceea ce este imposibil deoarece $a \neq b$. Atunci presupunerea este falsă, deci concluzia este adevărată.