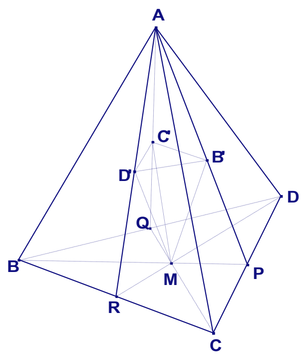
Clasa a X-a

Etapa 6, Problema 2

Enunţ: Se consideră tetraedrul $ABCD$ şi M un punct situat în interiorul triunghiului BCD. Paralele duse prin M la muchiile AB, AC, AD intersectează feţele ACD, ABD şi respectiv ABC în punctele A', B' respectiv C'. Dacă $(BCD)\|(A'B'C')$ demonstraţi că M este centru de greutate a triunghiului ABC.

Monea Miha – Deva

Soluţie: Punctele A,B,M,C' sunt coplanare. Atunci dreptele BM, AC', CD sunt concurente într-un punct notat P. Atunci $\frac{AB'}{B'P}=\frac{BM}{MP}$. Analog $AC'\cap CM\cap BD=\{Q\}$ şi $AD'\cap DM\cap BC=\{R\}$. De asemenea $\frac{AC'}{C'Q}=\frac{CM}{MQ}$ şi $\frac{AD'}{D'R}=\frac{DM}{MR}$.



Din $(ABC)\|(A'B'C')$ obţinem uşor relaţia $\frac{AB'}{B'P}=\frac{AC'}{C'Q}=\frac{AD'}{D'R}$, de unde obţinem $\frac{BM}{MP}=\frac{CM}{MQ}=\frac{DM}{MR}$. Reciproca teoremei lui Thales ne conduce la $PQ\|BC$, $QR\|CD$ şi $RP\|BD$, de unde folosind eventaul şi teorema lui Ceva obţinem concluzia.