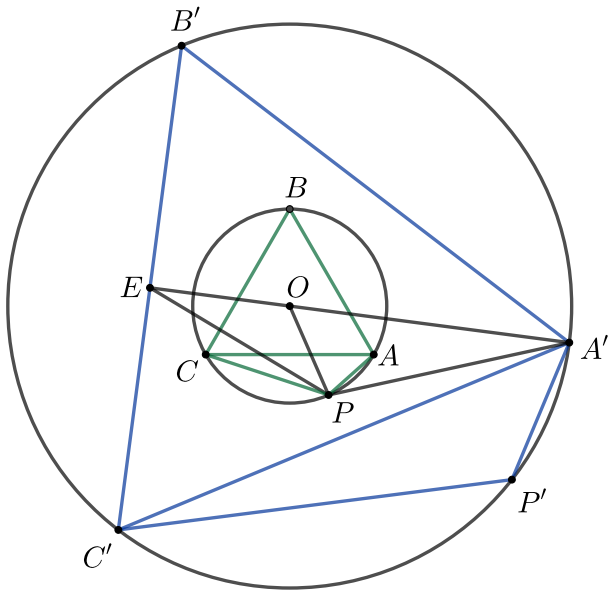
Problema 3. Patrulaterele $ABCP$ şi $A'B'C'P'$ sunt înscrise în două cercuri concentrice. Dacă triunghiurile ABC şi $A'B'C'$ sunt echilaterale, demonstraţi că

$$P'A^2 + P'B^2 + P'C^2 = PA'^2 + PB'^2 + PC'^2.$$

Soluţie: Fie O centrul celor două cercuri concentrice şi E mijlocul laturii $[B'C']$. Din formula medianei ($[PE]$ este mediană în triunghiul $PB'C'$),

$$PE^2 = \frac{2(PB'^2 + PC'^2) - B'C'^2}{4},$$

deci $PB'^2 + PC'^2 = 2(PE^2 + B'E^2)$. (1)
Din triunghiul $PA'E$ cu ceviana PO, folosind relaţia lui Stewart (avem $O \in [A'E]$ şi $A'O = 2OE$), obţinem că

$$PE^2 \cdot A'O + PA'^2 \cdot OE = PO^2 \cdot A'E + A'O \cdot OE \cdot A'E,$$

adică $2PE^2 + PA'^2 = 3PO^2 + 6OE^2$. (2)
Adunând (1) cu (2) obţinem $P'A^2 + P'B^2 + P'C^2 = 3PO^2 + 6OE^2 + 2B'E^2 = 3PO^2 + 4OE^2 + 2OB'^2 = 3PO^2 + OA'^2 + 2OB'^2 = 3(R_1^2 + R_2^2)$, unde R_1 şi R_2 sunt razele celor două cercuri.
Analog se arată că $P'A^2 + P'B^2 + P'C^2 = 3(R_1^2 + R_2^2)$, de unde rezultă concluzia.