



**Problema 2.** Numerele naturale  $x, y, z, t$  verifică relația

$$2^{x+y} + 2^{y+z} + 2^{z+t} + 2^{t+x} = 25$$

Calculați  $x + y + z + t$ .

\*\*\*

Rezolvare:

$$2^{x+y} + 2^{y+z} + 2^{z+t} + 2^{t+x} = 25$$

$$2^x \cdot 2^y + 2^y \cdot 2^z + 2^z \cdot 2^t + 2^t \cdot 2^x = 25$$

$$2^y(2^x + 2^z) + 2^t(2^z + 2^x) = 25$$

$$(2^x + 2^z)(2^y + 2^t) = 25$$

$$\text{I } 2^x + 2^z = 1$$

$$2^y + 2^t = 25$$

$$\begin{array}{l} 2^x \geq 1 \\ 2^z \geq 1 \end{array} \Bigg| \Rightarrow 2^x + 2^z \geq 2$$

$\Rightarrow$  nu avem soluții în acest caz.

$$\text{II } 2^y + 2^t = 1$$

$$2^x + 2^z = 25$$

$$2^y \geq 1$$

$$2^t \geq 1$$

$$\Bigg| \Rightarrow 2^y + 2^t \geq 2$$

$\Rightarrow$  nu avem soluții în acest caz.

$$\text{III } 2^x + 2^z = 5 = 2^2 + 2^0 \Rightarrow x + z = 2 + 0 = 2$$

$$2^y + 2^t = 5 = 2^2 + 2^0 \Rightarrow y + t = 2 + 0 = 2$$

$$\Bigg| \Rightarrow x + y + z + t = 2 + 2 = 4$$

Răspuns:  $x + y + z + t = 4$