P3. Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$, iar $T_n \subseteq S_n$ mulţimea tuturor transopziţiilor de grad n. Dacă $A = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\} \subseteq T_n$ este o mulţime de transpoziţii, cu proprietatea că generează S_n(i.e., orice permutare este un produs finit de factori din A), arătaţi că $m \geq n-1$.

S. Considerăm graful neorientat $G = (V, M)$ cu mulţimea vârfurilor $V = \{1, 2, \ldots, n\}$ şi mulţimea muchiilor $M = \{[i,j] | (i,j) \in A\}$. Ţinând cont de identitatea

$$(i_1, i_2)(i_2, i_3)(i_3, i_4) \ldots (i_{k-2}, i_{k-1})(i_{k-1}, i_k)(i_{k-2}, i_{k-1}) \ldots (i_3, i_4)(i_2, i_3)(i_1, i_2) = (i_1, i_k),$$

o transpoziţie (i, j) se află în $\langle A \rangle$ dacă şi numai dacă i şi j sunt în aceeaşi componentă conexă a grafului G. Prin urmare, $\langle A \rangle = S_n$ dacă şi numai dacă graful G este conex. Un graf conex cu n vârfuri are însă cel puţin $n-1$ muchii. Rezultă astfel afirmaţia problemei.