



Clasa a V-a

Problema 2. Vom spune că două cifre sunt **vecine** dacă ele diferă printr-o unitate (deci orice cifră nenulă are doi vecini). Vom spune că un număr natural este **grupat** dacă, în scrierea sa în baza 10, orice două cifre ale sale au un vecin comun.

Determinați câte numere grupate de cinci cifre există.

Soluție: Deoarece orice două cifre au un vecin comun, în scrierea fiecărui număr apare o singură cifră, sau apar două cifre care diferă prin 2. **2p**

Dacă folosim cifrele (0, 2) avem $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ numere (am inclus și numărul 22222). Dacă folosim perechile de cifre (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8) sau (7, 9) vom avea, în fiecare caz, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ numere (am considerat și cazurile cu cifre identice). **2p**

Dar, numărul 22222 a fost numărat atât la grupa (0, 2), cât și la grupa (2, 4). La fel, 33333, 44444, 55555, 66666 și 77777 au fost numărate de câte două ori. **2p**

Așadar, în total sunt $16 + 32 \cdot 7 - 6 = 234$ numere. **1p**