Se consideră pătratul $ABCD$ şi punctele $M \in (AB)$, $P \in (BC)$ astfel încât $AM = CP$. Cercul de diametru $[DP]$ intersectează (CM) în punctul S. Arătaţi că $MS \perp BS$.

Manuela Prajea

Soluţie: Ducem $BS' \perp MC$, $S' \in MC$ şi demonstrăm că S' este pe cercul de diametru $[DP]$, deci coincide cu S, de unde va rezulta concluzia.

Pentru aceasta, prelungim BS' şi considerăm $\{T\} = AD \cap BS'$. Unghiurile $\angle TBA$ şi $\angle BCM$ sunt congruente deoarece au acelaşi complement, $\angle BMC$. Atunci triunghiurile ABT şi BCM sunt congruente (catetă-unghi), deci $AT = BM$, de unde $DT = AM = CP$. Rezultă că patrulaterul $CDTP$ este dreptunghi, deci cercul de diametru $[DP]$ coincide cu cercul de diametru $[CT]$. Dar, cum $m(\angle TS'C) = 90°$, S' aparţine acestui cerc, deci coincide cu S. Prin urmare, $MS \perp BS$.