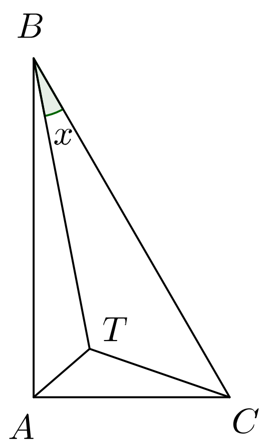
În interiorul triunghiului ABC cu $m(\widehat{A}) = 90°$, $m(\widehat{B}) = 30°$, $m(\widehat{C}) = 60°$ considerăm punctul T astfel încât $m(\angle ATB) = m(\angle BTC) = m(\angle CTA) = 120°$. Arătaţi că $4TA = 2TC = TB$.

Leonard Giugiuc

Soluţie.
Dacă notăm $m(\angle TBC) = x$, obţinem succesiv $m(\angle TCB) = 60° - x$, $m(\angle TCA) = x$ şi $m(\angle TAC) = 60° - x$. Atunci triunghiurile BTC şi CTA au măsurile unghiurilor respectiv egale, deci ele sunt asemenea. Rezultă că

$$\frac{TA}{TC} = \frac{TC}{TB} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2},$$

ultima egalitate rezultând din teorema referitoare la cateta opusă unghiului de 30°. Din relaţiile de mai sus rezultă imediat că $TB = 2TC = 4TA$.



Observaţie. Punctul T din enunţul problemei se numeşte *punctul lui Torricelli* sau *punctul Torricelli-Fermat*. Acest punct există în orice triunghi cu unghiuri de măsuri mai mici decât 120°. El are numeroase proprietăţi remarcabile, cea mai importantă fiind că $TA + TB + TC \leq PA + PB + PC$ pentru orice punct P din plan.