

Problema 3. Se aleg trei cifre diferite de zero și cu acestea se formează toate numerele naturale de trei cifre diferite. Dacă suma acestor numere este 1554, care sunt cifrele pe care le-am ales?

* * *

Soluție: Dacă cifrele alese sunt a, b și c , atunci numerele care se pot forma sunt: $\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}$ și \overline{cba} .

Avem

$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{cba} = 1554$$

sau

$$100 \times a + 10 \times b + c + 100 \times a + 10 \times c + b + 100 \times b + 10 \times a + c + 100 \times b + 10 \times c + a + \\ + 100 \times c + 10 \times a + b + 100 \times c + 10 \times b + a = 1554,$$

de unde

$$222 \times a + 222 \times b + 222 \times c = 1554$$

sau

$$222 \times (a + b + c) = 1554.$$

De aici obținem

$$a + b + c = 7.$$

Evident cifrele alese trebuie să fie mai mici decât 7.

Dacă una dintre cifre este 6, atunci una dintre cifrele rămase trebuie să fie 0, ceea ce nu este posibil.

Dacă una dintre cifre este 5, atunci celelalte două cifre sunt egale sau una dintre cifre este 0, ceea ce nu este posibil.

Dacă una dintre cifre este 4, atunci celelalte două cifre vor fi 1 și 2.

Dacă una dintre cifre este 3, atunci una dintre celelalte două cifre este 0 sau două cifre sunt egale, ceea ce nu este posibil.

În concluzie, cifrele alese sunt 1, 2 și 4.