BAZE DE NUMERAŢIE

ABSTRACT. Articolul de faţă prezintă noţiunea de bază de numeraţie şi modalitatea de trecere de la o bază la alta.

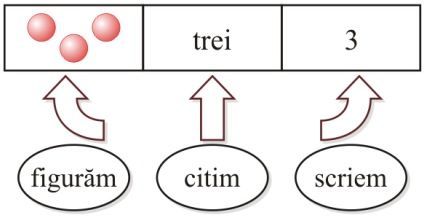
Lecţia se adresează clasei a V-a

Data: 6 decembrie 2010

Autor: Ioan Dăncilă, Bucureşti

Pentru a găzdui multitudinea de numere cu care s-a întâlnit, omenirea a construit monumente considerabile: sistemele de numeraţie.

Universul numerelor posedă particularităţi care-l fac să fie unic printre toate creaţiile umane. El dispune de un triplu sistem de reprezentare: vizual, oral şi scris bazat pe numeraţia figurativă, vorbită şi respectiv scrisă.



A vedea numerele, a spune numerele, a scrie numerele, iată imensele obligaţii ale unui sistem de numeraţie.

Numeraţia figurată este alcătuitădintr-un sistem de semne fizice materializate pe un suport(ex:noduri pe o sfoară) sau prin obiecte (ex:pietricele, beţişoare, jetoane, cochilii).

Numeraţia vorbită atribuie câte un nume fiecărui număr. Aceste cuvinte, numeralele, aparţin vorbirii naturale şi atunci când sunt transcrise se folosesc litere.

Numeraţia scrisă utilizează simboluri (semne grafice) pentru a reprezenta numere.

Un pas imens în construcţia sistemelor de numeraţie a fost o consecinţă a principiului economiei, a ideii geniale de reamplasare a unei grămezi de semne fizice (tăieturi, pietricele, ...) cu un singur semn fizic de factură diferită (culoare, formă, ...).

Această reamplasare a cerut instaurarea unei convenţii în care se precizează o ierarhie între cele două tipuri de semne fizice.

Parteneriat Societatea de Ştiinţe Matematice din România şi Intuitext
www.ViitoriOlimpici.ro

Astfel s-a născut principiul **bazei**, utilizat în toate sistemele de numeraţie.

Existenţa bazei permite unui sistem de numeraţie să nu utilizeze decât un număr mic de cuvinte în numeraţia vorbită şi un număr mic de simboluri în numeraţia scrisă pentru reprezentarea numerelor.

Numărul de simboluri utilizate în scrierea oricărui număr este baza unui sistem de numedraţie.

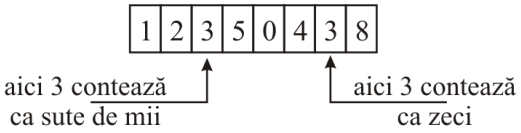
Existenţa bazei permite ca reprezentarea unui număr să nu fie rezultatul unei numărări, unde fiecare număr este o sumă de 1 (ex: 236=1+1+1+...+1).

În loc să calculăm pe unităţi vom calcula "pe pachete" (ex: $236 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 6$).

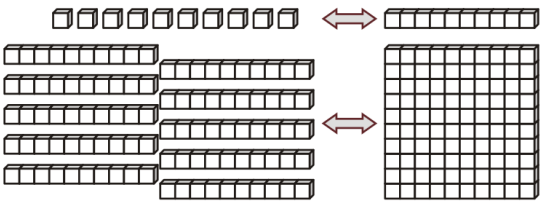
Aceste regrupări privilegiate permit stabilirea unei scări în succesiunea numerelor şi definirea unităţilor de primul ordin, al doilea ordin, etc.

Principiul bazei a permis utilizarea şi în numeraţia scrisă a principiului poziţiei. Conform acestui principiu "valoarea" unei cifre nu este constantă, ea variază în funcţie de locul pe care-l ocupă în scrierea unui număr.

Locul unei cifre "contează" o anumită cantitate şi această cantitate este luată în consideraţie numai asociată cu cifra situată în acest loc.



Aşadar, o bază numerică este un număr şi anume numărul de unităţi care se regrupează pentru formarea unei unităţi de ordin imediat superior.



În principiu toate numerele naturale pot forma o bază. În fapt numai câteva au fost sau/şi sunt utilizate.

Cea mai utilizată este baza 10. Sumerienii utilizau baza 60, iar mayaşii baza 20. se mai utilizează bazele 12, 5 şi 2 (binară).

Parteneriat Societatea de Ştiinţe Matematice din România şi Intuitext
www.ViitoriOlimpici.ro

Cu cât este mai mică baza cu atât este mai lungă scrierea numerelor. Pe de altă parte cu cât baza este mai mare sunt utilizate simboluri mai multe, iar calculul devine mai anevoios.

Baze de numeraţie diferite de 10

Sistemul de numeraţie învăţat şi utilizat de noi are baza 10 şi se pare, s-a bazat iniţial pe posibilitatea de a exprima numerele utilizând cele 10 degete de la mâini.

Să ne imaginăm acum un sistem care utilizează doar degetele unei singure mâini, deci un sistem în baza 5.

Acest sistem va utiliza doar 5 cifre necesare pentru scrierea tuturor numerelor şi anume pe 0, 1, 2, 3 şi 4.

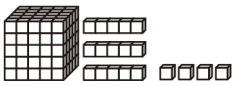
Cum vom scrie în baza 5 un număr alcătuit din 10 unităţi?

El are 3 grupe de câte 5 şi rămân 4 unităţi. Conform principiului bazei vom scrie 34_5.

Aşadar:

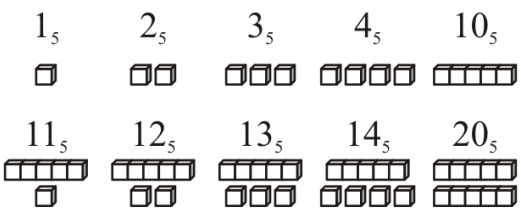
$$19_{10} = 34_5$$

Iată câteva exemple:

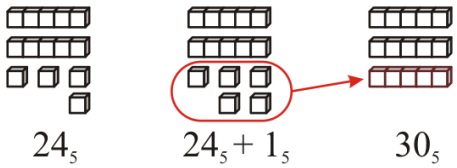
Scrierea în bază 5	Reprezentarea pe pachete de câte 5	Scrierea în bază 10
2_5		2
12_5		$1\cdot(5) + 2 = 7$
134_5		$1\cdot(25) + 3\cdot(5) + 4 = 44$
1023_5		$1\cdot(125) + 2\cdot(5) + 3 = 138$

Parteneriat Societatea de Ştiinţe Matematice din România şi Intuitext
www.ViitoriOlimpici.ro

Iată şi numărarea în baza 5:



În general succesorul unui număr scris în baza 5 şi care are cifra unităţilor 4 este dat de schema:



Un număr în baza 5 se scrie în baza 10 conform exemplului:

$124_5 =$

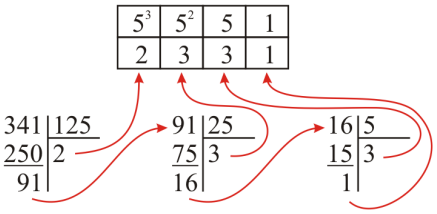
5^2	5	1
1	2	4

$= 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 4 = 39$

Un număr scris în baza 10 se scrie în baza 5 conform algoritmului împărţirii cu rest.

Să scriem , de exemplu, numărul 341 din baza 10 în baza 5.

Avem:



Se împarte 341 la 125 (cea mai mare putere a lui 5 mai mică decât 341). Se obţine câtul 2 şi restul 91.

Se împarte 91 la 25 (următoarea putere a lui 5). Se obţine câtul 3 şi restul 16.

Se împarte 16 la 5. Se obţine câtul 3 şi restul 1.

Aşadar:

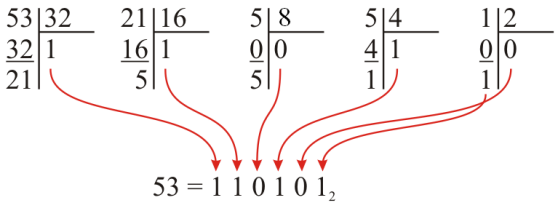
$$341_{10} = 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1 = 2331_5$$

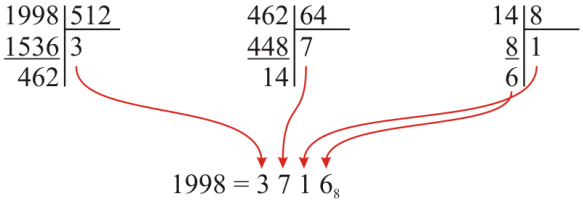
Să scriem numerele 1010_2, 1206_8 şi $1AB_{12}$ în baza 10.

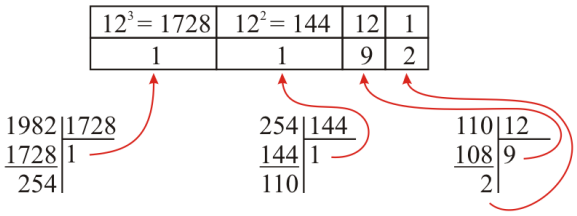
Observaţie În baza 12, A este cifra *zece*, iar B este cifra *unsprezece*.

$$1010_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 0 = 8 + 2 = 10_{10}$$
$$1206_8 = 1 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8 + 6 = 512 + 128 + 6 = 646_{10}$$
$$1AB_{12} = 1 \cdot 12^2 + A \cdot 12 + B = 144 + 10 \cdot 12 + 11 = 275_{10}$$

Să scriem 53_{10} în baza 2, 1998_{10} în baza 8, iar 1983_{10} în baza 12.





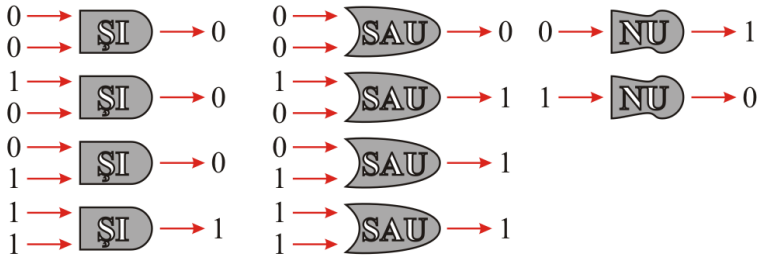


Sistemul de numeraţie în baza 2

Sistemul numit şi sistemul binar foloseşte numai două cifre: 0 şi 1.

Acum aproape 300 de ani, Leibniz anticipa că sistemul de numeraţie în baza 2 va servi la perfecţionarea studiului numerelor.

Suita de 1 şi 0 în scrierea unui număr în baza 2 interpretată ca o suită de DA şi NU devine codificabilă cu uşurinţă cu ajutorul dispozitivelor fizice bazate pe propagarea electricităţii.

Trecerea curentului electric exprimă 1, iar întreruperea lui, 0. Cum viteza de propagare a curentului electric este foarte mare, codajul unui număr extrem de mare se face într-un timp foarte scurt.

Aşa funcţionează calculatoarele. Munca unui calculator constă în a aduna, scădea, înmulţi şi împărţi imense numere scrise binar (cu 0 şi 1). Pentru aceasta calculatorul utilizează "operatori logici". Dintre aceştia, cei mai importanţi sunt ŞI, SAU şi NU. Fiecare dintre aceşti operatori este reprezentat printr-o poartă logică, un minuscul dispozitiv electronic, unde unul sau doi biţi materializaţi printr-un circuit electric se prezintă la această poartă. După cum este vorba de ŞI, SAU ori NU, cifra de intrare este prelucrată conform schemelor: