Problema 1. Notăm cu $\mathcal{F}$ mulţimea funcţiilor $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu proprietatea că

$$f(f(x) + y) = f(x) + f(y),$$

oricare ar fi numerele reale x şi y.

a) Determinaţi funcţiile injective din $\mathcal{F}$.

b) Determinaţi funcţiile surjective din $\mathcal{F}$.

Problema 2. Considerăm două numere complexe u şi v, având acelaşi modul, pentru care există a, b, c şi d numere reale strict pozitive astfel încât $\max\{a, b, c\} < d$, $a + d = b + c$ şi

$$|au + dv| \le |bu + cv|.$$

Demonstraţi că $u = v$.

Problema 3. Demonstraţi că singurul număr natural $n \ge 2$ cu proprietatea că

$$\sqrt{a + \sqrt{b + \sqrt{c}}} \ge \sqrt[n]{abc},$$

oricare ar fi numerele reale nenegative a, b şi c, este $n = 14$.