

Clasa a VIII-a

Problema 1. Demonstrați că dacă pentru un $n \in \mathbb{N}^*$ numărul $1 + 2^n + 4^n$ este prim, atunci $n = 3^k$, unde $k \in \mathbb{N}$.

VII TORI OLIMPICI.RO

Problema 2. Aflați valoarea minimă a expresiei

$$E(x, y) = \frac{x^3 + 16}{y^2 + 4} + \frac{y^3 + 16}{x^2 + 4}$$

atunci când $x, y \geq 0$.

Problema 3. Ana și Bogdan joacă un joc pe o tablă $1 \times n$ împărțită în n pătrățele numerotate de la stânga la dreapta cu $1, 2, \dots, n$. Inițial, în pătrățul 1 este plasat un pion. Ana și Bogdan mută alternativ. Ana mută prima. La fiecare mutare, jucătorul aflat la rând poate muta pionul fie cu 53 de pătrățele la dreapta, fie cu două pătrățele la stânga. (Nu sunt permise mutări prin care pionul să părăsească tabla de joc.) Câștigă jucătorul care plasează pionul pe pătrățul cel mai din dreapta, cel cu numărul n . Care din cei doi jucători are strategie de câștig dacă $n = 2017$? Dar dacă $n = 2018$?