

Problema 1. Arătați că pentru orice număr real x au loc inegalitățile:

a) $x^8 + x^5 + 1 > x^4 + x,$

b) $x^8 + x^3 + 1 > x^7 + x^4,$

c) $x^8 + x^5 + x^3 + 1 > x^7 + x.$

Problema 2. Care este cel mai mic număr natural nenul care se scrie atât ca suma a 2015 numere naturale care au o aceeași sumă a cifrelor, cât și ca suma a 2016 numere naturale care au o aceeași sumă a cifrelor? (Suma cifrelor numerelor din prima sumă și suma cifrelor numerelor din cea de-a doua sumă nu trebuie să fie neapărat egale.)

Problema 3. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic și A', B', C' picioarele înălțimilor din $A, B,$ respectiv C . Fie t tangenta în punctul A la cercul circumscris triunghiului ABC .

a) Arătați că dreapta t este paralelă cu dreapta $B'C'$.

b) Dacă B'' și C'' sunt proiecțiile punctelor $B,$ respectiv $C,$ pe dreapta $t,$ demonstrați că dreapta $A'B''$ este paralelă cu dreapta $AC,$ iar dreapta $A'C''$ este paralelă cu dreapta $AB.$

c) Fie punctele $\{X\} = A'B'' \cap AB$ și $\{Y\} = A'C'' \cap AC,$ X' mijlocul lui $[BB'']$ și Y' mijlocul lui $[CC'']$. Demonstrați că dreptele XX' și YY' sunt paralele.