Etapa finală, Ediția a XIII-a, 2022

Clasa a V-a

Problema 3. Determinaţi pătratele perfecte de patru cifre având forma $\overline{a(a+b)(b+c)c}$.

* * *

Barem de notare: Putem scrie $\overline{a(a+b)(b+c)c} = 1000a + 100(a+b) + 10(b+c) + c = 1100a + 110b + 11c = 11(100a + 10b + c) = 11 \cdot \overline{abc}$ **2p**

Dacă $\overline{a(a+b)(b+c)c}$ este pătrat perfect, atunci $\overline{abc} = 11k^2$, unde k este un număr natural.

Din $100 \leq \overline{abc} \leq 999$ obţinem $10 \leq k^2 \leq 90$ **2p**

Pentru $k^2 = 16$ obţinem $\overline{abc} = 176$. Cum $b + c$ trebuie să fie cifră varianta $k^2 = 16$ nu ne convine.

Pentru $k^2 = 25$ obţinem $\overline{abc} = 275$. Cum $b + c$ trebuie să fie cifră varianta $k^2 = 25$ nu ne convine.

Pentru $k^2 = 36$ obţinem $\overline{abc} = 396$. Cum $b + c$ trebuie să fie cifră varianta $k^2 = 36$ nu ne convine.

Pentru $k^2 = 49$ obţinem $\overline{abc} = 539$. Cum $b + c$ trebuie să fie cifră varianta $k^2 = 49$ nu ne convine.

Pentru $k^2 = 64$ obţinem $\overline{abc} = 704$. În acest caz obţinem $\overline{a(a+b)(b+c)c} = 7744$, iar $7744 = 88^2$. **3p**