Problema 1. Fie $a \in (-1, 1)$, $b \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{N}^*$ şi $c_i \in \mathbb{R}$, $0 \leq i \leq k-1$. Studiaţi convergenţa şirului $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definit prin $x_i = c_i$, $0 \leq i \leq k-1$ şi $x_{n+k} = ax_n + b$, pentru $n \in \mathbb{N}$.

Problema 2. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ şi $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{Z})$, cu $\det(A) = 0$. Demonstraţi că există $B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{Z})$ astfel încât $C \neq O_n$ şi $A^m = B^m - C^m$, oricare ar fi $m \in \mathbb{N}^*$.

Problema 3. Pentru orice funcţie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definim funcţia $g_f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ prin $g_f(x) = f(x - \sin x)$.

a) Demonstraţi că dacă g_f are limită în 0, egală cu $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$, atunci f are limită în 0, iar aceasta este tot ℓ.

b) Demonstraţi că este posibil ca g_f să fie derivabilă în 0, dar f să nu fie derivabilă în 0.