

Problema 1. Se consideră triunghiul echilateral ABC . Notăm cu E simetricul lui B față de C și cu F simetricul lui C față de B . Considerăm punctele $L \in BC$, $M \in AF$ și $N \in AE$ astfel încât $AL \perp BC$, $BM \perp AF$ și $CN \perp AE$.

a) Arătați că $AE = AF$.

b) Demonstrați că dreptele BM , CN și AL sunt concurente.

c) Știind că $BM + MN + NC = 100$ cm, calculați lungimea segmentului AB .

Problema 2. Fie a, b, c, d, e, f cifre (în baza 10) cu $a \cdot f \neq 0$.

a) Dacă $\overline{abcde} = 10008 \cdot f$, arătați că numărul \overline{abcdef} este divizibil cu 41.

b) Demonstrați că numărul \overline{abcdef} este divizibil cu 41 dacă și numai dacă numărul \overline{fabcde} este divizibil cu 41.

Problema 3. Scriem fiecare număr natural de trei cifre pe câte un cartonaș și introducem cele 900 de cartonașe într-o cutie.

a) Extragem, la întâmplare, un cartonaș din cutie. Care este probabilitatea ca numărul de pe cartonașul extras să aibă suma cifrelor 5?

b) Care este numărul minim de cartonașe pe care trebuie să le extragem, fără a ne uita la ele, pentru a fi siguri că vom obține cel puțin șapte numere cu aceeași sumă a cifrelor?