



Etapa finală, Ediția a XIII-a, 2022

Clasa a V-a

**Problema 1.** Arătați că dacă  $m$  și  $n$  sunt numere naturale nenule pentru care  $\frac{mn}{m+n} = 8$ , atunci  $m$  și  $n$  nu pot fi simultan mai mari decât 16.

\* \* \*

**Barem de notare:** Relația se mai poate scrie  $\frac{m+n}{mn} = \frac{1}{8}$  sau  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{8}$ . ..... **3p**

Dacă  $m > 16$  și  $n > 16$ , atunci  $\frac{1}{m} < \frac{1}{16}$  și  $\frac{1}{n} < \frac{1}{16}$ . ..... **2p**

Adunând ultimele două inegalități obținem  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} < \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ , adică  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} < \frac{1}{8}$ . De aici concluzia problemei. .... **2p**